

基于小波和最小绝对误差的去噪抗扰动辨识方法

余世明¹,冯浩¹,王守觉^{1,2}

(1. 浙江工业大学智能信息系统研究所,浙江杭州 310014;2. 中国科学院半导体研究所,北京 100083)

摘要: 噪声和扰动是影响系统辨识的两个不利因素,而实际系统不可避免地受到噪声的污染和瞬时扰动的影响. 本文采用不同的小波函数和不同的阈值处理方法,对噪声污染的系统输出进行多次小波分解、去噪和重构,从而达到削减噪声的目的. 对于去噪后的数据,由于包含瞬时扰动,利用最小二乘辨识算法仍然不能获得满意的结果. 为此,在小波去噪的基础上,提出了一种最小绝对误差(LA)辨识算法. 仿真研究表明,本文提出的方法能够同时克服噪声和瞬时扰动的不利影响,获得好的辨识结果.

关键词: 系统辨识; 小波; 噪声; 扰动; 最小绝对误差

中图分类号: O231; TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 02-0192-04

Denoising and Disturbance-Rejecting Method Based on Wavelet Decomposition and Least Absolute Errors

YU Shi-ming¹, FENG Hao¹, WANG Shou-jue^{1,2}

(1. Institute of Intelligent Information System, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, Zhejiang 310014, China;

2. Institute of Semiconductors, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083, China)

Abstract: Additive noise and instantaneous disturbance may produce adverse influences to system identification. However, an output of a real system is often affected by both noise and disturbance. To reduce these disadvantageous influences, system output data polluted by additive noise are repeatedly decomposed, denoised and reconstructed employing different wavelet functions and different threshold methods. After the output data are denoised by wavelet approaches, the identification results obtained by employing the least squares (LS) identification method are still unsatisfactory due to instantaneous disturbances. Hence, an identification algorithm based on wavelet and least absolute errors (WLA) is proposed. The simulation study shows that the presented approach can overcome the influences of noise and disturbance simultaneously.

Key words: system identification; wavelet; noise; disturbance; least absolute error

1 引言

作为一种建模方法,系统辨识在科学研究和实际应用中有着非常广泛的应用. 噪声和扰动是影响辨识结果的两个关键因素. 实际系统不可避免地存在着各种噪声和扰动,因此,人们一直在寻求和探索有效的辨识方法. 小波分析具有多分辨率分析^[1,2]的特点,因此,在信号去噪方面,有着其它方法无可比拟的优点. 近年来小波辨识方法已成为辨识领域的热点. 用小波分析既可解决时变线性系统的辨识问题^[3,4],又可解决非线性系统的辨识问题^[5]. 信号频谱和噪声频谱随尺度的变化而变化,其变化趋势是不同的,据此可以区分噪声和信号,进而消除噪声信号的频谱,通过小波重构得到去噪信号^[6].

和以往的小波去噪方法不同,本文采用不同的小波函数和不同的阈值处理方法,对包含附加噪声的系统输出数据进行多次小波分解、去噪和重构,以便获得更好的去噪效果.

对包含瞬时扰动的信号去噪后,采用最小二乘类辨识算法仍然得不到好的辨识结果. 为此,本文提出了一种基于小波去噪的最小绝对误差(WLA)辨识方法,并给出了有效的求解方法. 仿真研究表明,该方法的抗扰动能力明显地优于最小二乘类辨识算法.

2 WLA 辨识方法

2.1 多重小波去噪原理

对于包含附加噪声的平方可积信号 $x(t) \in V_0$, 给定空间组合

$$V_0 = \bigoplus_{j=1}^L W_j \oplus V_L \quad (1)$$

式中, $\{W_j\}_{j \in Z}$ 为尺度空间 (Z 为自然数集合), W_j 表示尺度为 j 的小波空间, 且有下式成立

$$V_j = V_{j+1} \oplus W_{j+1}, \quad j = 0, 1, \dots, L-1 \quad (2)$$

收稿日期: 2002-03-15; 修回日期: 2002-07-16

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 20206028)

式中, V_{j+1} 表示 V_j 的低频子空间, W_{j+1} 表示 V_j 的高频子空间. 则信号 $x(t)$ 可按图 1 进行分解. 对高频系数 c_1, c_2, \dots , 按照一定的阈值进行去噪处理, 然后进行重构, 可获得去噪信号.

信号中往往包含多种噪声, 而一种小波函数和阈值处理方法只适合于特定类型的噪声. 因此本文提出了一种多次小波去噪方法, 其基本思想是: 采用不同的小波函数、和不同的阈值处理方法, 对包含附加噪声的系统响应数据按照图 1 进行多次小波分解、去噪和重构, 以便取得好的去噪效果.

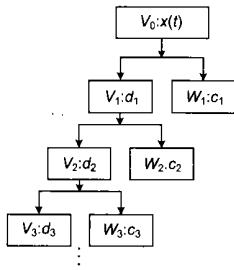


图 1 小波分解示意图

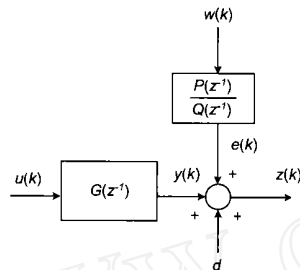


图 2 系统结构图

2.2 LA 辨识算法

同服从某种统计规律的噪声相比, 瞬时扰动虽然持续时间短, 但幅值往往较大, 因此, 对辨识也会产生极为不利的影 响, 特别是 LS 算法对这种扰动很敏感, 从而导致辨识结果变坏. 为此, 本文在小波去噪的基础上, 提出了一种最小绝对误差(LA) 辨识算法, 与最小二乘辨识算法相比, 抗扰动能力得到明显提高.

设待辨识的系统结构如图 2 所示, $G(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$ 为系 统传递函数

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}$$

$u(k), y(k)$ 分别为系统输入、输出; $e(k)$ 为等效到输出端的 综合噪声(包括输入、输出噪声, 系统本身的噪声); d 为瞬时 扰动; $z(k)$ 是测量输出. 在最小二乘类辨识中, 近似认为 $e(k)$ 是平稳随机噪声, 可表示成

$$e(k) = \frac{P(z^{-1})}{Q(z^{-1})} w(k) \tag{3}$$

式中, $w(k)$ 为零均值白噪声. 令

$$N(z^{-1}) = A(z^{-1}) \frac{P(z^{-1})}{Q(z^{-1})} = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} \tag{4}$$

式中 $C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_n z^{-n}$,

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots + d_n z^{-n}$$

由图 2 和式(4) 并考虑到 $G(z^{-1}) = B(z^{-1})/A(z^{-1})$, 在 无扰动的情况下, 可得

$$A(z^{-1}) z(k) = B(z^{-1}) u(k) + N(z^{-1}) w(k) \tag{5}$$

根据 $N(z^{-1})$ 的不同, 最小二乘类辨识采用如下几种方法:

- (1) 当 $N(z^{-1}) = 1$ 时, 采用最小二乘法(least squares);
- (2) 当 $N(z^{-1}) = C(z^{-1})$ 时, 采用增广最小二乘法(extended least squares);
- (3) 当 $N(z^{-1}) = D(z^{-1})$ 时, 采用广义最小二乘法(gener-

alized least squares);

(4) 当 $N(z^{-1})$ 的结构不能确定时, 采用辅助变量法(instrumental variables).

方法(2) 致(4) 一般只适用于平稳随机噪声的情况, 它们 实质上是对有色噪声进行滤波处理, 使之变成白噪声, 然后再 采用最小二乘法. 另外辅助变量法要求 $u(k)$ 是持续激励信 号. 一般情况下, 由于多种噪声共同作用的结果, 使得 $e(k)$ 为 非平稳随机噪声, 而且除了噪声之外, 还存在扰动, 因此不宜 采用上述方法.

测量输出 $z(k)$ 与系统的实际输出 $y(k)$ 满足如下关系:

$$z(k) = y(k) + e(k) + d \tag{6}$$

对 $z(k)$ 通过小波去噪后, 得到系统输出 $y(k)$ 的近似值 $\bar{y}(k)$. 由于 $\bar{y}(k)$ 中包含瞬时扰动 d , 采用最小二乘法仍然不 能得到好的辨识结果. 因此, 本文利用 $\{u(k)\}, \{\bar{y}(k)\}$ 作为 过程输入、输出数据, 采用 LA 方法进行辨识. 令

$$= (a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n)^T$$

$$h(k) = (y(k-1), \dots, y(k-n_a), u(k-1), \dots, u(k-n_b))$$

则

$$\bar{y}(k) = h(k) + (k) \tag{7}$$

式中, (k) 为小波去噪后的残余噪声. 设用于辨识的采样步 长为 m , 令

$$n = n_a + n_b$$

$$\bar{Y}(k) = (y(1), y(2), \dots, y(m))^T$$

$$(k) = ((1), (2), \dots, (m))^T$$

$$H = \begin{pmatrix} h(1) \\ h(2) \\ \dots \\ h(m) \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -\bar{y}(0) & \dots & -\bar{y}(1-n_a) & u(0) & \dots & u(1-n_b) \\ -\bar{y}(1) & \dots & -\bar{y}(2-n_a) & u(1) & \dots & u(2-n_b) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\bar{y}(m-1) & \dots & -\bar{y}(m-n_a) & u(m-1) & \dots & u(m-n_b) \end{pmatrix}_{m \times n}$$

可得

$$\bar{Y}(k) = H + (k) \tag{8}$$

最小二乘辨识的准则函数可写成二次型的形式:

$$J() = (\bar{Y} - H) ^T Q (\bar{Y} - H) \tag{9}$$

式中 Q 为 m 维加权对角阵.

上述准则函数, 有两个特点: 其一是它使得各项误差变为 正值, 从而可以避免正、负抵消; 其二是此准则函数连续可微, 可用解析法求得使 $J()$ 最小的参数 .

最小绝对误差准则函数

$$J() = \sum_{i=1}^m | \bar{y}(i) - (H)_i | \tag{10}$$

式中 $(H)_i$ 为 (H) 的第 i 个分量, i 为第 i 项误差的加权系 数. 上式给出的准则函数保持了最小二乘准则函数的第一个 特点, 使各项误差变为正值, 以免正、负抵消. 然而, 由于这种 准则函数不可微, 不能用解析法求解, 是一个非线性优化问

题.如果直接用非线性优化方法求解上述问题,计算效率很低.但是,只要用下述方法对式(10)稍加处理,就可将其转化为目标规划问题,从而可对其有效求解.

考虑式(7)并引入正、负偏差变量 d_k^+, d_k^- 后有

$$h(k) + d_k^- - d_k^+ = \bar{y}(k), \quad k=1,2, \dots, m \quad (11)$$

在满足上式的情况下,使

$$\min_{i=1}^m (d_i^+ + d_i^-) \quad (12)$$

其中, $d_i^+ \geq 0, d_i^- \geq 0$, 且 $d_i^+ \cdot d_i^- = 0$. 再令

$$D^+ = (d_1^+, d_2^+, \dots, d_m^+)^T,$$

$D^- = (d_1^-, d_2^-, \dots, d_m^-)^T$ 则式(11)、(12)可表示为

$$\min (D^+ + D^-) \quad (13)$$

$$\text{s.t. } H + D^- - D^+ = \bar{Y}(k)$$

上式中,参数 d_i^+, d_i^- 可正可负,即为自由变量,为了满足目标规划变量非负化的要求,令

$$d_i^+ = |d_i^+|, \quad d_i^- = |d_i^-| \quad (14)$$

其中 $d_1 = (d_{11}, d_{12}, \dots, d_{1m})^T, d_2 = (d_{21}, d_{22}, \dots, d_{2m})^T$, 将上式代入式(13),得

$$\min_{1,2} (D^+ + D^-) \quad (15)$$

$$\text{s.t. } H_1 - H_2 + D^- - D^+ = \bar{Y}(k)$$

$$d_1 \geq 0, d_2 \geq 0, D^+ \geq 0, D^- \geq 0$$

利用目标规划方法可求得上述问题的最优解 $\hat{\Lambda}_1^+$ 和 $\hat{\Lambda}_2^+$, 再用下式便可求得过程的最优参数估计

$$\hat{\Lambda}^+ = \hat{\Lambda}_1^+ - \hat{\Lambda}_2^+ \quad (16)$$

3 仿真研究

下面通过仿真算例来验证本文提出的 WLA 辨识算法的去噪抗扰动能力.仿真过程中小波去噪和 LS 辨识用 MATLAB 5.0 实现, LA 辨识用 Ms Fortran PowerStation 4.0 实现.三次小波去噪分别采用小波工具箱中的 sym2, bior2.6 和 db8 小波函数,三次小波分解的层数均为 4,每次去噪根据 Stein 无偏估计原理选择阈值,采用软阈值和未知尺度模式进行去噪.

设系统传递函数 $G(z^{-1}) = B(z^{-1})/A(z^{-1})$ 中,

$$B(z^{-1}) = 8.4532z^{-1} - 13.0254z^{-2} + 9.1128z^{-3} - 3.3744z^{-4} \quad (17)$$

$$A(z^{-1}) = 1 - 1.4532z^{-1} + 0.9265z^{-2} - 0.8293z^{-3} - 0.4916z^{-4} \quad (18)$$

理论研究表明,白噪声是用于辨识的理想输入信号.但是许多实际系统的输入信号很难甚至不能按白噪声的规律变化,因此,通常采用伪随机二进制序列 (PRBS) 来近似白噪声. PRBS 在两个值中来回跳变,实现起来也存在一定的困难.用单位采样序列或单位阶跃序列作为输入信号,同样可以激励系统的动态特性,获得系统的单位采样响应输出或单位阶跃响应输出,而且实现起来比较方便.为了充分激励过程的动态特性,并考虑到实现的方便性,本文采用如下信号作为系统的输入信号

$$u(k) = \begin{cases} a, & 0 \leq k < k_1 \\ 0, & k_1 \leq k < k_2 \\ -a, & k_2 \leq k < k_3 \end{cases}$$

式中 a 为输入信号的幅值,本文中各参数取值如下:

$$\begin{cases} a = 1.5 \\ k_1 = 70 \\ k_2 = 140 \\ k_3 = 200 \end{cases}$$

如前所述, $e(k)$ 是多种噪声综合的结果,一般为非平稳随机噪声,其方差是变化的,并非常数.为了模拟非平稳噪声,假设 $e(k)$ 按如下方式产生:

$$e(k) = [\min + r \cdot (\max - \min)] \cdot \text{White}(0,1)$$

式中, \min, \max 分别为 $e(k)$ 标准差的下限和上限, r 为 $(0,1)$ 内均匀分布的随机数, White 用于产生均值为 0, 方差为 1 的白噪声.

取 $\min = 0.1, \max = 0.2$, 在 $k = 55$ 时刻,按图 2 方式迭加幅值为 2 的扰动,进行 120 次参数辨识,取其平均值,获得辨识结果如表 1~3 所示. 其中 $\bar{y}_i (i=1,2, \dots, 8)$ 表示待辨识系统的传递函数分子、分母多项式(17)和(18)的系数; \bar{y}_i 是 y_i 的 120 次辨识结果的平均值; e_i^r 是 \bar{y}_i 的相对误差; S_i^2 是 \bar{y}_i 的样本方差与 \bar{y}_i 的比值(120 个样本),表示样本方差的相对值; e_c, S_c^2 分别为综合相对误差和综合相对方差,它们分别反映了整个辨识结果的精度和集中程度,可按下面两式计算:

$$e_c = \frac{\sum_{i=1}^8 |e_i^r \cdot \bar{y}_i|}{\sum_{i=1}^8 |\bar{y}_i|}$$

$$S_c^2 = \frac{\sum_{i=1}^8 |S_i^2 \cdot \bar{y}_i|}{\sum_{i=1}^8 |\bar{y}_i|}$$

表 1 有非平稳噪声和扰动时 LS 辨识结果 ($\rho = 0.1 \sim 0.2, d = 2$)

\hat{y}_1	-1.4532	0.9265	-0.8293	0.4916	8.5536	-13.0254	9.1128	-3.3744
\hat{y}_2	-1.3284	0.7077	-0.6954	0.4680	8.5545	-11.9580	7.1856	-2.3504
e_i^r	-0.0859	-0.2362	-0.1615	-0.0480	0.0001	-0.0819	-0.2115	-0.3035
S_i^2	0.0004	0.0021	0.0009	0.0002	0.0015	0.0082	0.0281	0.0259
e_c	0.1197, $S_c^2 = 0.0113$							

表 2 小波去噪后,有扰动时 LS 辨识结果 ($\rho = 0.1 \sim 0.2, d = 2$)

\hat{y}_1	-1.4532	0.9265	-0.8293	0.4916	8.5536	-13.0254	9.1128	-3.3744
\hat{y}_2	-1.4170	0.8242	-0.7153	0.4476	8.2284	-12.1259	8.0200	-2.8137
e_i^r	-0.0249	-0.1104	-0.1374	-0.0896	-0.0380	-0.0691	-0.1199	-0.1662
S_i^2	0.0003	0.0022	0.0009	0.0008	0.0002	0.0006	0.0031	0.0071
e_c	0.0841, $S_c^2 = 0.0016$							

表 3 有非平稳噪声和扰动时 LA 辨识结果 ($\rho = 0.1 \sim 0.2, d = 2$)

\hat{y}_1	-1.4532	0.9265	-0.8293	0.4916	8.5536	-13.0254	9.1128	-3.3744
\hat{y}_2	-1.4497	0.8712	-0.7356	0.4473	8.2326	-12.3967	8.4113	-3.0036
e_i^r	-0.0024	-0.0597	-0.1130	-0.0902	-0.0375	-0.0483	-0.0770	-0.1099
S_i^2	0.0007	0.0032	0.0017	0.0005	0.0017	0.0091	0.0342	0.0305
e_c	0.0588, $S_c^2 = 0.0144$							

表 1 和表 2 分别是未去噪和去噪的情况下,采用 LS 辨识的结果,显然表 2 中的辨识结果比表 1 中的总体上要好,表 2 的综合相对误差比表 1 中的要小 3.56 个百分点,通过去噪,

表 2 中的综合方差也比表 1 中的小. 表 3 是对去噪后的数据, 采用 LA 辨识的结果. 由于 LA 的抗扰动能力比 LS 强, 因此, 表 3 中的辨识精度和表 2 中的相比又得到提高, 综合相对误差比表 2 中的要小 2.53 个百分点. 表 3 中的综合方差比表 1 和表 2 中的要大一些, 这是因为绝对误差准则函数对于幅值小于 1 的噪声比平方准则函数要敏感, 而平方作用使幅值小于 1 的噪声对准则函数的贡献进一步减小.

为了更清楚的展示 WLA 的去噪抗扰动能力, 将 σ_{\max} 的值从表 1~3 中 0.2 提高 0.5, 扰动幅度分别取 3, 4 和 6, 不同辨识方法的综合相对误差如表 4 所示. 表中, LS 表示未去噪时用最小二乘算法进行辨识; WLS 表示去噪后用最小二乘算法进行辨识; WLA 表示去噪后用最小绝对误差进行辨识. 从表中可以看出, 当扰动幅度小时, WLS 的综合相对误差明显地比 LS 的小, 但 WLA 和 WLS 相比, 综合相对误差略有减小. 这是因为干扰幅度小时, 噪声是影响辨识的主要因素, 小波去噪的作用比较明显, 而 WLA 的抗扰动作用不是很明显.

同理, 当扰动比较大时, 扰动是影响辨识的主要因素, 小波去噪作用不太明显, 因此 WLS 的综合相对误差和 LS 的相比减小不多, 这时 WLA 的抗扰动作用比较突出, WLA 的综合相对误差比 WLS 的显著减小.

表 4 不同扰动的综合相对误差比较

	$= 0.1 \sim 0.5$	$= 0.1 \sim 0.5$	$= 0.1 \sim 0.5$
	$d=3$	$d=4$	$d=6$
LS	0.2969	0.3346	0.4127
WLS	0.1993	0.2756	0.4085
WLA	0.1633	0.1807	0.2187

4 结论

(1) 当扰动幅度比较小时, 噪声是影响辨识的主要因素, WLS 和 WLA 的辨识精度相差不大, WLA 的略小一些.

(2) 当扰动幅度比较大, 而噪声相对微弱时, WLA 的辨识结果明显优于 WLS 的辨识结果.

(3) 对于噪声和扰动并存的情况, 先用小波去噪, 使噪声减弱, 再用最小绝对误差辨识方法进行辨识, 可获得好的辨识结果.

参考文献:

- [1] 杨福生. 小波变换的工程分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999. 42 - 69.
- [2] 彭玉华. 小波变换与工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999. 36 - 62.
- [3] Zheng J, Dvid B H, Lin Z P. Modeling general distributed nonstationary process and identifying time-varying autoregressive system by wavelets: theory and application[J]. Signal Processing, 2001, 81(9): 1823 - 1848.
- [4] Ghanem R, Romeo F. A wavelet-based approach for the identification of linear time-varying dynamical systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 234(4): 555 - 567.
- [5] Ghanem R, Romeo F. A wavelet-based approach for model and parameter identification of non-linear system[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2001, 36(5): 835 - 859.
- [6] Wu H J, Zhou F D, Wu Y Y. Intelligent identification system of flow regime of oil-gas-water multiphase flow[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2001, 27(3): 459 - 475.

作者简介:



余世明 男, 1962 年 1 月出生于甘肃天水, 副教授, 博士, 高级程序员, 研究方向为智能信息系统和预测控制.



冯浩 男, 1956 年 3 月出生于浙江宁波, 教授, 研究方向为智能信息系统、检测技术和机器人.